

УДК 621.771.01

Сатонин А. В., Дворжак А. И., Иванов А. А.

**ВАРИАЦИОННОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
НАПРЯЖЕННО – ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛА  
ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПРОЦЕССУ ПЛЮЩЕНИЯ**

По сравнению с традиционными процессами прокатки процесс плющения характеризуется рядом технологических особенностей, одной из которых является строгая регламентация результирующих значений конечной толщины  $h_1$  и ширины  $b_1$  получаемых лент. Непосредственно, в очаге деформации наблюдается в этом случае как поперечное, так и продольное пластическое течение металла, особенно при больших величинах обжатий или плющения с натяжением. Существующие же методики расчета энергосиловых и результирующих геометрических параметров процесса плющения исходят из допущения о исключительно поперечном пластическом течении металла [1, 2], а для определения конечной ширины предлагаются эмпирические формулы и построенные на их основании номограммы [3, 4], что затрудняет осуществление автоматизированного проектирования режимов обжатий и вносит существенную погрешность в определение результирующих геометрических параметров получаемых плющенных лент.

Целью работы является разработка математической модели, позволяющей в полной мере учесть реальный характер пластического течения металла в очаге деформации.

Теоретический анализ процесса плющения проводили с использованием трехмерного математического моделирования процесса на основе вариационного подхода [5].

Варьируемыми параметрами в модели являются результирующая вытяжка  $I_1$ , реальное значение которой соответствует минимуму мощности реализации процесса, а также  $a_1$  – степенной показатель, учитывающий реальное распределение вытяжки по сечениям.

Зависимость вытяжки по  $i$ -м сечениям от результирующей вытяжки  $I_1$  и степенного показателя  $a_1$  представлена следующим образом:

$$I_{xi1} = I_1 / ((x_{i1} / L)^{a_1} * (I_1 - 1) + 1), \quad I_{xi2} = I_1 / ((x_{i2} / L)^{a_1} * (I_1 - 1) + 1), \quad (1)$$

где  $x_{i1}$  и  $x_{i2}$  – текущая координата сечения при разбивке по длине очага деформации  $L$  по оси  $x$  на конечное множество  $K_{ni}$   $i$ -х элементов, толщиной  $\Delta x$  (рис. 1):

$$x_{i1} = \Delta x (K_{ni} - i + 1), \quad x_{i2} = x_{i1} - \Delta x. \quad (2)$$

При разработке модели были приняты следующие допущения:

– пластическое течение металла в продольном направлении, то есть вдоль оси  $x$  подчиняется гипотезе плоских сечений;

– для каждого  $i$ -го элементарного объема предел текучести  $S_{Ti}$  изменяется с учетом упрочнения металла в очаге деформации:

$$S_{Ti} = S_{T0} + a_1^* e_{ni} + a_2^* e_{ni}^2 + a_3^* e_{ni}^3, \quad (3)$$

где  $S_{T0}$  – напряжение текучести данного материала в исходном, т. е. в отожденном состоянии ( $e = 0$ );

$a_1^*$ ,  $a_2^*$ ,  $a_3^*$  – коэффициенты регрессии полиномиального описания зависимости напряжений текучести от интенсивности деформации;

$e_{ni}$  – интенсивность деформации.

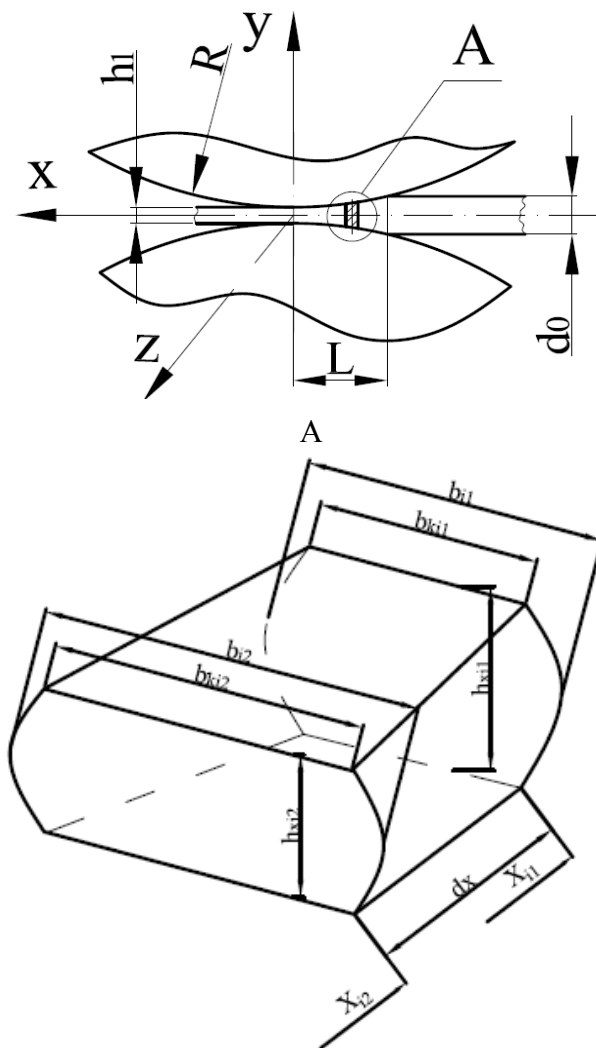


Рис. 1. Принятая расчетная схема процесса плющения и выделенный элементарный объем (место А)

– коэффициенты внешнего трения в продольном  $m_{2i}$  и поперечном направлениях  $m_{3i}$  соответствующие степенным зависимостям вида:

$$m_{2i} = m_{20} \left( (x_{i1} + x_{i2}) / 2L \right)^{a_{m2}}, \quad m_{3i} = m_{30} \left( (x_{i1} + x_{i2}) / 2L \right)^{a_{m3}}, \quad (4)$$

$m_{20}$ ,  $m_{30}$  – опорные значения коэффициентов внешнего пластического трения на соответствующих направлениях, определяемые их шероховатостями, температурой, скоростью относительного скольжения и целым рядом других факторов;

$a_{m2}$ ,  $a_{m3}$  – степенные показатели, характеризующие реальную форму эпюры изменения рассматриваемых коэффициентов.

С учетом принятой схемы разбивки можно записать аналитическое описание текущего по длине очага деформации значение толщины плющенной ленты  $h_{xi}$  (см. рис. 1):

$$\begin{aligned} h_{xi1} &= h_1 + \Delta x (x_{i1} / L)^2; \\ h_{xi2} &= h_1 + \Delta x (x_{i2} / L)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Соответственно площадь рассматриваемого сечения:

$$F_{li1} = F_0 / I_{xi1}, \quad F_{li2} = F_0 / I_{xi2}. \quad (6)$$

Ширина контакта плющеної ленти с валками  $b_{ki}$ :

$$b_{ki1} = (F_{li1}^2 - ph_{xi1}^2 / 16) / h_{xi1};$$

$$b_{ki2} = (F_{li2}^2 - ph_{xi2}^2 / 16) / h_{xi2}. \quad (7)$$

Зная геометрические параметры рассматриваемого сечения, определяли кинематические параметры.

Скорость перемещения металла в продольном направлении:

$$V_{xi1} = V_6 / I_{xi1}, \quad V_{xi2} = V_6 / I_{xi2}. \quad (8)$$

Для удобства далее рассматривали усредненное значение скорости:

$$V_{xi} = (V_{xi1} + V_{xi2}) / 2. \quad (9)$$

В таком случае время прохождения  $i$ -го элементарного объема:

$$t_i = 2\Delta x / V_{xi}. \quad (10)$$

Скорости перемещения металла в поперечном направлении  $z$ :

$$V_z = (b_{i1} - b_{i2}) / t_i. \quad (11)$$

Мощность внутренних сопротивлений раскладывали на две составляющие – мощность формоизменения в продольном  $N_{1xi}$  и поперечном  $N_{1zi}$  направлениях:

$$N_1 = \sum_{i=1}^{K_{ri}} (N_{1xi} + N_{1zi}); \quad (12)$$

$$N_{1xi} = (2K_i - \frac{S_1 - S_0}{2}) * \ln(h_{xi1} / h_{xi2}) * h_{xi2} * V_{xi}; \quad (13)$$

$$N_{1zi} = 2K_i * \ln(b_{i2} / b_{i1}) * b_{xi2} * V_{zi}, \quad (14)$$

где  $S_1$  и  $S_0$  – напряжения переднего и заднего натяжений;

$2K_i$  – удвоенное сопротивление сдвигу прокатываемого материала [6].

Мощность сил трения в продольном направлении – по оси  $x$ :

$$N_2 = \sum_{i=1}^{K_{ri}} t_s * m_{2i} * \sqrt{(V_6 - V_{xi})^2}. \quad (15)$$

Мощность сил трения в поперечном направлении – по оси  $z$ :

$$N_3 = \sum_{i=1}^{K_{ri}} t_s * m_{3i} V_{zi}. \quad (16)$$

Далее получали мощность формоизменения процесса плющения как арифметическую сумму всех составляющих:

$$N_{\Sigma} = N_1 + N_2 + N_3. \quad (17)$$

Таким образом, варьируя значения степенного показателя  $a_1$  и реальной вытяжки процесса плющения  $I_1$ , определяли мощность формоизменения процесса, минимум которого (при известных исходных данных) соответствовал реальному характеру формоизменения металла. Это позволило определить реальные конечные геометрические параметры плющенной ленты. В свою очередь, решая обратную задачу можно подобрать исходную заготовку для получения требуемой продукции.

Указанные выше зависимости легли в основу математической модели процесса плющения круглой проволоки. При этом в качестве результатов работы модели модель можно получать геометрические характеристики очага деформации, локальные и интегральные значения энергосиловых параметров, а именно:

- ширину и толщину каждого  $i$ -го элемента;
- механические свойства по длине очага деформации каждого поперечного сечения;
- значения нормальных контактных напряжений в каждом  $i$ -ом элементе;
- суммарную силу плющения;
- момент плющения.

Сопоставление расчетных данных с результатами экспериментальных исследований [7, 8], представлено на рис. 2.

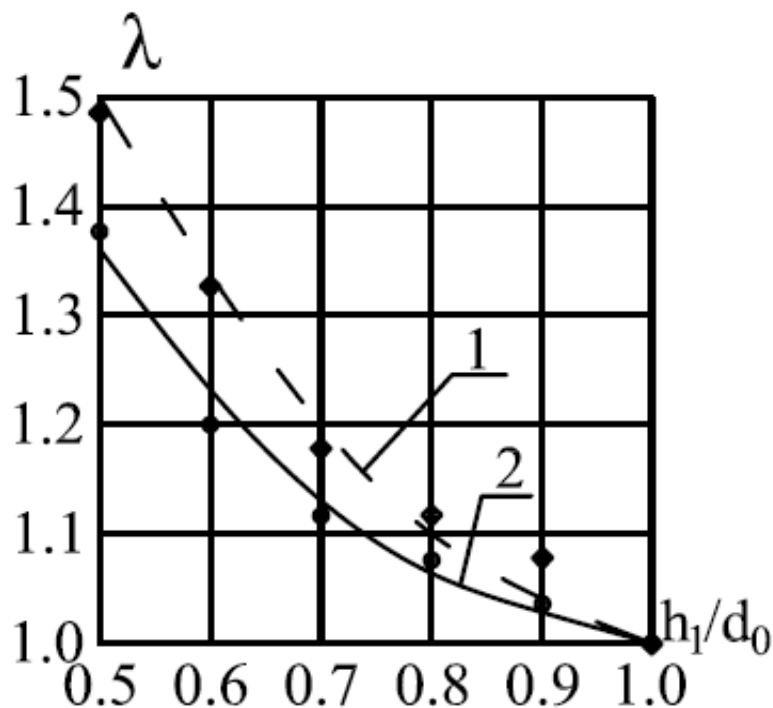


Рис. 2. Сопоставление расчетных данных с экспериментальными для  $R_g = 50$  мм (расчетные данные – 1, экспериментальные – ♦) и  $R_g = 100$  мм (расчетные данные – 2, экспериментальные – ●)

На рис. 3 приведены расчетные распределения вытяжки при различных значениях степенного показателя  $a_1$  и напряжений переднего  $s_1$  и заднего  $s_0$  натяжений. Расчет вели для следующих параметров:  $a_1 = 2$ ,  $a_1 = 1$ ,  $a_1 = 1,5$ ,  $a_1 = 3$  (см. рис. 3, а – кривые 1, 2, 4 и 3 соответственно) и  $s_1 = s_0 = 0$ ,  $s_1 = 0$ ,  $s_0 = 0,1 * s_{T0}$ ,  $s_1 = s_0 = 0,1 * s_{T0}$  и  $s_1 = s_0 = 0,2 * s_{T0}$  (см. рис. 3, б – кривые 1, 2, 3 и 4 соответственно).

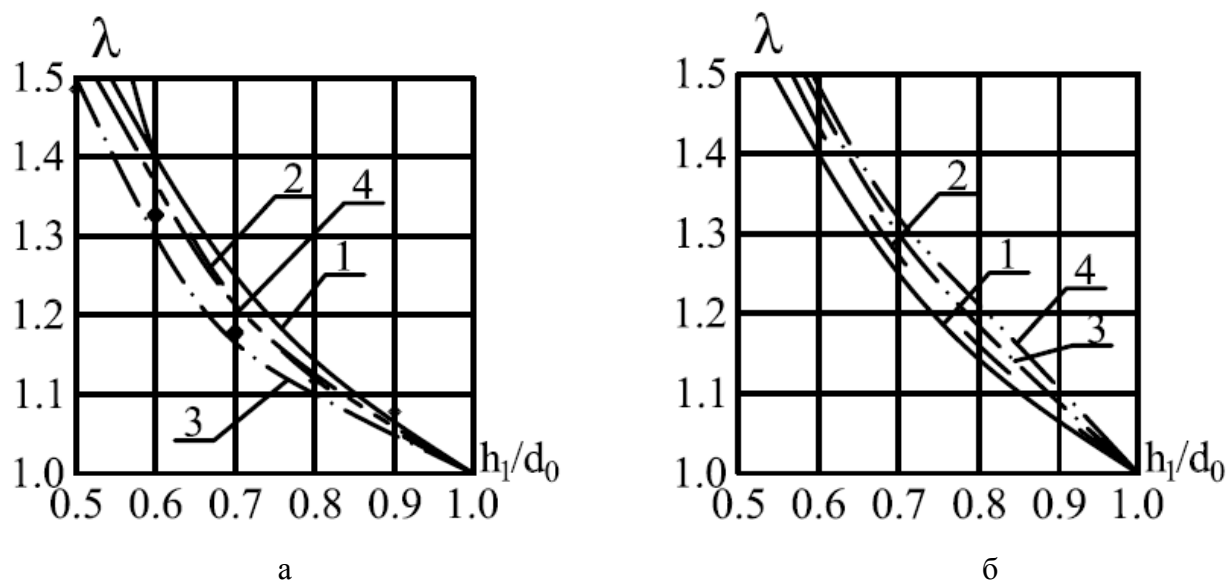


Рис. 3. Расчетные распределения вытяжки при различных значениях степенного показателя  $a_1$  (а) и напряжений переднего  $S_1$  и заднего  $S_0$  натяжений (б)

### ВЫВОДЫ

Представлена вариационная модель для математического моделирования напряженно-деформированного состояния металла применительно к процессу плющения. Представленная методика позволяет определять реальную вытяжку процесса плющения, что позволяет определить конечные геометрические параметры плющеной ленты. Сопоставление расчетных данных с результатами экспериментальных исследований, полученных на стане  $100 \times 100$  [7, 8], показало на их достаточное соответствие, что позволяет использовать предложенную математическую модель применительно к решению широкого круга задач, связанных с совершенствованием технологий и оборудования плющильных станков.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Потапкин В. Ф. Одномерное математическое моделирование напряженно-деформированного состояния металла при реализации процесса плющения / В. Ф. Потапкин, С. Н. Шаркова // Наука, производство, предпринимательство – развитию металлургии : Н 34 сб. науч. тр. – Донецк : «ЛИК», 1998. – С. 141–145.
2. Потапкин В. Ф. Двухмерная математическая модель напряженно-деформированного состояния металла при плющении / В. Ф. Потапкин, С. Н. Шаркова, В. В. Чепель // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в машинобудуванні та металургії : зб. наук. пр. – Краматорськ, 1999. – С. 152–154.
3. Злотников М. И. Производство плющеной ленты / М. И. Злотников. – М. : Металлургиздат, 1951. – 143 с.
4. Владимиров Ю. В. Производство плющеной стальной ленты / Ю. В. Владимиров, П. П. Нижник, Ю. А. Пуртов. – М. : Металлургия, 1985. – 120 с.
5. Тарновский Н. Я. Элементы теории прокатки сложных профилей / Н. Я. Тарновский, А. Н. Скороходов, Б. М. Илюкович. – М. : Металлургия, 1972. – 352 с.
6. Потапкин В. Ф. Математическая модель механических свойств и запаса пластичности меди и медноцинковых сплавов при холодной прокатке / В. Ф. Потапкин, А. В. Сатонин, Ю. К. Доброносков // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1986. – № 7. – С. 58–61.
7. Дворжак А. И. Экспериментальные исследования плющения ленты по двухпроходной схеме обжатия / А. И. Дворжак, А. А. Иванов // Обробка матеріалів тиском : зб. наук. пр. – Краматорськ : ДДМА. – 2008. – №1(19) – С. 261–264.
8. Федоринов В. А. Методика экспериментальных исследований процесса плющения с различными натяжениями / В. А. Федоринов, А. И. Дворжак, Е. С. Давыденко, А. С. Селедцов // Сб. науч. тр. – Алчевск : ДГТУ. – 2007. – С. 115–119.